

Unidad Cuernavaca del Instituto  
de Matemáticas, UNAM

Verano de Investigación  
en Matemáticas

Del 27 de junio al 12 de agosto 2016

KAREN JAZMÍN LÓPEZ CASTRO



## CONTENIDO

Sobre el Verano.....	2
XIII Escuela de Verano en Matemáticas.....	3
Cursos .....	4
Conferencias/ Pláticas .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Trabajo de investigación.....	5
Título .....	5
Esquema.....	5
Breve resumen de cada capítulo.....	5
Capítulo I. Conceptos preliminares.....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Capítulo II. Importancia de la Geometría Tropical;	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Capítulo III. Curvas no realizables.....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Capítulo IV. Obtención de las cotas...	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Bibliografía preliminar .....	6
Conclusiones.....	7

## SOBRE EL VERANO

El Primer Verano de la Investigación en Matemáticas de la Unidad Cuernavaca del Instituto de Matemáticas tiene como objetivo introducir a los alumnos sobresalientes, de los últimos semestres de la licenciatura en Matemáticas, en los temas de investigación en los que los investigadores de la Unidad trabajan. Este programa ofrece al estudiante la posibilidad de conocer otras áreas de las que estudian en la carrera. Además, pueden elegir un tema

para su tesis de licenciatura o conocer los temas de especialización para realizar, posteriormente sus estudios de posgrado.

La duración de este programa es de 7 semanas, del 27 de junio al 12 de agosto de 2016. El programa consiste de mini-cursos, seminarios y talleres ofrecidos por investigadores de la Unidad. Además, los participantes del verano asistirán a la XIII Escuela de Verano de la Unidad Cuernavaca.

El programa está dirigido a estudiantes de los últimos semestres de la licenciatura en Matemáticas que cuenten con un promedio mínimo de 8.5. A los alumnos seleccionados se les otorga una beca y constancia de participación.

## XIII ESCUELA DE VERANO EN MATEMÁTICAS

La escuela de verano de matemáticas del Instituto de Matemáticas de la UNAM Unidad Cuernavaca tiene como objetivo principal la presentación de la teoría y sus aplicaciones de diversas áreas de Matemáticas que se desarrollan por los investigadores miembros de la Unidad.

Llevada a cabo del 27 de junio al 1 de julio, contó con 4 cursos y 9 conferencias.



## CURSOS

Un curso que me gustó mucho fue el dictado por el Dr. Juan Pablo Díaz González, titulado “Geometría y Topología de las superficies”. Respecto a las superficies compactas, vimos que toda superficie podía verse como un polígono con instrucciones de pegado. Luego, si nos fijamos en el polígono etiquetado con tales instrucciones, podemos definirlo por una palabra, donde cada pareja de lados que se pegan se representa por la misma letra (distinta a la letra de otras parejas) y por un signo según la instrucción de pegado.

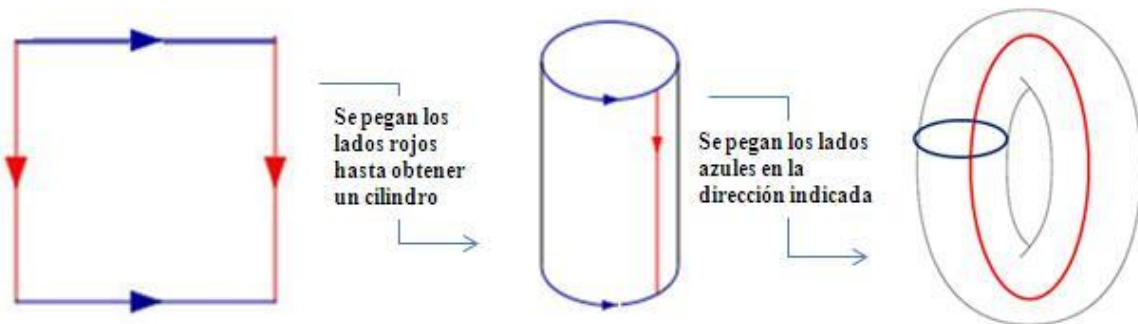
Una vez que tenemos la palabra de la superficie, podemos operarla de acuerdo a ciertas reglas, así como factorizarla. Las factorizaciones de palabras siempre terminan por reducirse a toros y planos proyectivos. Lo cual nos permite demostrar el teorema de clasificación de superficies compactas vía inducción matemática sobre la cantidad de letras.

A fin de ilustrar estos conceptos, presento un ejemplo:

Superficie: Toro

Polígono: Cuadrado

Instrucciones de pegado:



*culturacientífica.com*

Palabra:  $ab\bar{a}\bar{b} = b\bar{a}\bar{b}a = \bar{a}\bar{b}ab = \bar{b}ab\bar{a}$

Las cuatro palabras anteriores son equivalentes debido a que sin importar qué lado se tomó primero, representan el mismo polígono (cuadrado) y las mismas instrucciones de pegado para crear la superficie (toro).

## TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

En la programación de actividades del Verano, se incluyeron también charlas con los investigadores de la Unidad que permitieron que los estudiantes conociéramos de sus proyectos en curso y eligiéramos con quién nos gustaría trabajar durante nuestra estancia, así por ejemplo conocimos de teoría de nudos, de simplejos, de geometría diferencial, de topología algebraica. En mi caso, me interesé por el proyecto de la Dra. Lucía López de Medrano, quien trabaja con curvas reales y geometría tropical. A raíz de esto, surgió la siguiente propuesta para mi tesis de licenciatura.

### Título

Género de curvas tropicales

### Hipótesis

Después de dimensión dos, el universo de las curvas tropicales deja de coincidir con el de las algebraicas. Las curvas tropicales resultantes de la tropicalización de curvas algebraicas son menos que las curvas tropicales.

### Objetivo del Trabajo

Estudiar para qué tercias de números  $(d, g, n)$  existe una curva tropical de grado  $d$  y género  $g$  en  $\mathbb{R}^n$ , tal como se ha estudiado en el caso de las curvas complejas.

### Esquema

- Introducción
- Capítulo I. Conceptos preliminares de Geometría Tropical
- Capítulo II. Tropicalización
- Capítulo III. Género de curvas complejas
- Capítulo IV. Género de curvas tropicales

- Conclusiones
- Bibliografía
- Anexos

## Breve resumen de cada capítulo

### Introducción

Se explica brevemente el surgimiento de la geometría tropical, así como sus diversas aplicaciones. Se precisa la diferencia entre el uso de la geometría tropical como herramienta y el estudio por sí misma.

### Capítulo I. Conceptos preliminares de Geometría Tropical

En este capítulo se abordan los conceptos introductorios de geometría tropical necesarios para trabajar en los capítulos posteriores.

### Capítulo II. Tropicalización

Definiremos la llamada Tropicalización. Mostraremos que no toda curva tropical es la tropicalización de una curva clásica.

### Capítulo III. Género de curvas complejas

Se presenta el problema de acotar el género para curvas complejas, lo cual servirá para guiar el desarrollo del problema en el caso tropical.

### Capítulo IV. Género de curvas tropicales

Se obtienen cotas para el grado y género de curvas tropicales considerando la dimensión del espacio en el que viven, se demuestra la validez de dichas cotas y se pretende demostrar que son las mejores.

### Anexos

Se presentan los programas creados para asistir la visualización, así como los cálculos necesarios durante el desarrollo de este trabajo.

### Bibliografía preliminar

Bernd Sturmfels, Diane Maclagan, Introduction to Tropical Geometry.

Tony Yue Yu, The number of vertices of a tropical curve is bounded by its area.

César Lozano, Curvas algebraicas y la pregunta de Halphen

Sergio Lugo, Geometría Tropical E

rwan Brugallé, Ilia Itenberg, Grigory Mikhalkin, and Kristin Shaw, Brief  
introduction to tropical geometry

Jürgen Richter-Gebert, Bern Sturmfels, Thorsten Theobald. First steps in  
tropical geometry.

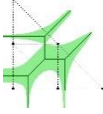
Andreas Gathman. Tropical Algebraic Geometry.

## CONCLUSIONES

A la fecha, he participado en diferentes escuelas de verano y otoño en matemáticas y computación. Estas experiencias sin duda han sido de gran importancia para mi formación académica y personal ya que me han permitido interesarme por estudios de posgrado, por hacer investigación, y me han mostrado lo que es trabajar codo a codo con investigadores de estas áreas.

Creo que el traer a tantos alumnos a las escuelas de verano supone una inversión considerable, pero que permite que cada vez seamos más los interesados en ir más allá de lo que hay en libros, en hacernos preguntas que nadie se hizo y apasionarnos por encontrar las respuestas.

Imagen de la portada:



<http://www.mittag-leffler.se/langa-program/tropical-geometry-amoebas-and-polytopes-0>